

2015학년도 수시모집 일반전형

논술고사 문제지 (자연계열 II)

모집단위	학부/학과	수험번호	성명
------	-------	------	----

◆ 유의사항 ◆

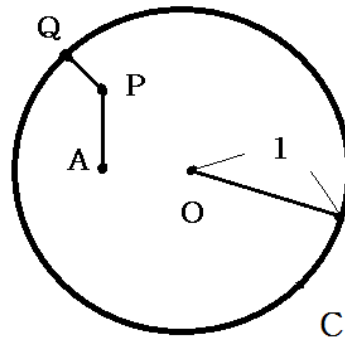
1. 시험시간은 120분임.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 검은색 펜이나 연필로 작성할 것.
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것.
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것.

감독확인



이화여자대학교

- 1 그림과 같이 중심이  $O$ 이고 반지름의 길이가 1인 원  $C$ 가 있다. 원  $C$ 의 내부에 주어진 한 점  $A$ 와 중심  $O$ 사이의 거리는  $\overline{AO} = a$  ( $0 < a < 1$ )이다. 임의의 점  $P$ 에 대하여 원  $C$  위의 점들 중  $P$ 와 가장 가까운 점을  $Q$ 라 할 때 아래 물음에 답하시오. [30점]



- (1) 점  $P$ 가 원  $C$ 의 내부에 있고 양수  $b$ 에 대하여  $\overline{AP} - \overline{PQ} = b$ 를 만족할 때 점  $P$ 의 자취를 구하시오.
- (2) 점  $P$ 가  $\overline{AP} - \overline{PQ} = b$  ( $0 < b \leq 1 - a$ )를 만족한다. 점  $P$ 의 자취로 둘러싸인 부분의 면적을  $a$ 와  $b$ 로 나타내고, 주어진  $b$ 의 범위에서 면적의 최댓값을 구하시오.

2 함수  $f(x)$ 가 최고차항의 계수가 1로 주어진 삼차함수이고 다음 조건을 만족할 때 아래 물음에 답하시오. [35점]

[가] 함수  $f(x)$ 가 극댓값 3과 극솟값 1을 가진다.

[나] 함수  $f(x)-(x+2)$ 가 서로 다른 세 근  $-\alpha, \beta, \alpha$ 를 가지고 다음을 만족한다.

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} \{f(x)-(x+2)\}dx = 0, \quad -\alpha < \beta < \alpha$$

- (1) 조건 [나]의 삼차함수  $f(x)-(x+2)$ 가 원점(0, 0)을 변곡점으로 가짐을 보이시오.
- (2) 임의의 삼차함수  $g(x)$ 가 점  $(p, q)$ 를 변곡점으로 가지면 그래프  $(x, g(x))$ 가 점  $(p, q)$ 에 대하여 대칭임을 보이시오.
- (3) 위의 조건 [가], [나]를 모두 만족하는 삼차함수  $f(x)$ 를 구하시오.

3 수열  $\{a_n\}$ 이  $a_1 = \frac{3}{2}$ 이고 다음의 점화식을 만족할 때 아래 물음에 답하시오. [40점]

$$\text{모든 자연수 } n \text{에 대하여 } a_{n+1} = \frac{2a_n + 3}{2 - 3a_n}$$

- (1)  $\tan\theta = \frac{3}{2}$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )일 때, 일반항  $a_n$ 을  $\theta$ 로 나타내시오.
- (2) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n$ 이 0이 아닌 유리수임을 보이시오. (힌트:  $n$ 이 홀수인 경우와 짝수인 경우로 나누어 생각해 보시오.)
- (3) 서로 다른 자연수  $n$ 과  $m$ 에 대하여  $a_n \neq a_m$ 임을 보이시오.